Paulo Rodrigues Lima Vargas Moniz

CENÁRIOS COSMOLÓGICOS EM TEORIAS DE SUPERCORDAS

Lição de Síntese para Apreciação em Provas de Agregação

Departamento de Física

Universidade da Beira Interior

Setembro de 2003

PLANO

I. Resumo

II. Introdução e Objectivos

III. O Universo Primitivo e o Sector Bosónico da Teoria de Supercordas

III.1 Cosmologia Quântica, Modelos de Pré-Big-Bang e Sectores da Teoria-M

III.2 Teoria de Born-Infeld com Campos Padrão não-Abelianos

III.3 A Presença de Dimensões Espaciais Adicionais

IV. O Universo Primitivo e a Presença de Supersimetria

IV.1 Cosmologia Quântica, Supersimetria do tipo $N=2$ e Transformações de Dualidade

IV.2 Cosmologia Quântica, Supersimetria do tipo $N=4$ e Supergravidade

V. Conclusões e Investigação Subsequente

I. Resumo

A formulação de modelos cosmológicos, em particular do ponto de vista de cosmologia quântica, no contexto de Teorias de Supercordas e de Supergravidade constitui um problema pertinente e que tem vindo a receber uma atenção crescente. Uma análise consistente das implicações cosmológicas dessas teorias requer que vários elementos sejam devidamente considerados. No quadro deste objectivo, começamos por apresentar como cosmologias estritamente bosónicas podem ser formuladas e investigadas, com enfâse nos cenários de (*i*) Pre-Big-Bang, (*ii*) Born-Infeld e (*iii*) Teoria-*M*. A presença de dimensões espaciais adicionais é também discutida. Seguidamente, explicamos porque modelos cosmológicos que possuem uma estrutura supersimétrica devem ser estudados e indicamos alguns métodos disponíveis. Os casos de supersimetria (*i*) *N=2* e (*ii*) *N=4* são assim introduzidos. Várias soluções constituindo estados quânticos do Universo são apresentadas. O significado físico de algumas dessas soluções é igualmente analisado.

II. Introdução e Objectivos

As Teorias de Supercordas constituem um desenvolvimento significativo na nossa compreensão da natureza [1, 2, 3]. Fornecem uma teoria quântica da gravitação que é bastante satisfatória num quadro perturbativo, devido em parte a envolverem objectos com extensão espacial. Em particular, as teorias de supercordas determinam a baixas energias (ou grandes distâncias quando comparadas com a escala de comprimentos de cordas $\lambda_S = \sqrt{2\pi T}$, onde T é a tensão da corda) que a métrica do espaço-tempo satisfaz as equações de Einstein da relatividade geral [1, 4]. Critérios de consistência de natureza quântica impõe também restrições nas propriedades do espaço-tempo onde as cordas se podem definir, determinando que terá uma dimensão $D = 1 + 9$ ($d = 9$ dimensões espaciais) [1, 2, 3].

Recentemente, esta perspectiva física foi alterada de forma algo radical, no sentido em que as supercordas deixaram de possuir o estatuto de objectos fundamentais [2, 3, 5, 6]. Quando o termo de acoplamento presente nas teorias de supercordas aumenta (limite de acoplamento forte), algumas destas teorias podem ser relacionadas com uma teoria de campo a energias mais baixas que possui uma dimensão espacial adicional relativamente ao espaço-tempo original onde a teoria de supercordas é definida (e é empregue no acoplamento fraco): essa teoria é a supergravidade $N = 1$ a $D = 11$ dimensões, contendo como limite a relatividade geral [1, 4]-[8]. Esta perspectiva é reforçada por uma rede de transformações de dualidade entre supercordas em diferentes situações (por exemplo, acoplamento forte $\leftrightarrow$ fraco) [2, 3, 5, 6]. Em particular, o domínio de validade das Teorias de Supercordas está restringido a apenas algumas zonas específicas num espaço mais abrangente (e ainda por caracterizar completamente), onde domina o acoplamento forte e contendo no limite de baixas energias a referida teoria de Supergravidade. A esse espaço mais vasto associa-se a Teoria-M, cuja descrição para pequenas distâncias está ainda por clarificar [2, 3, 5, 6].

Contudo, apesar da elegância presente no formalismo matemático e no sucesso em ultrapassar alguns problemas cruciais em física fundamental, a Teoria de Supercordas é colocada perante um sério dilema: como confrontar a teoria com a observação? No entanto, esta situação não deve ser encarada como um obstáculo mas antes como uma *oportunidade*. Em particular, ao estimular a construção e discussão de modelos cosmológicos em Teorias de Supercordas.

Presentemente, a cosmologia como ciência atingiu um nível onde a precisão nas observações constituí uma característica predominante. Para parte da comunidade científica, iniciou-se pois um período que poderá representar uma época áurea [9, 10]. Tal facto provém do rigôr com que o valor de certos parâmetros têm sido estabelecidos. Vários métodos de observação têm então permitido identificar características que serão consequência directa de uma dada evolução primitiva do universo [9, 10]. Desta forma será possível distinguir entre modelos válidos e os que não o são (sendo por isso abandonados). É pois neste contexto, algo recente, de rigôr e precisão observacional que novas teorias em física de altas energias podem e devem ser testadas, nomeadamente as Teorias de Supercordas e de Supergravidade. Um dos problemas que então se coloca é de como formular modelos cosmológicos nessas teorias, procurando uma correspondência com dados observacionais.

Um número crescente de publicações tem surgido, onde vários modelos cosmológicos foram propostos no quadro das Teorias de Supercordas. Têm-se extraído diferentes tipos de implicações ao nível do Universo primitivo e evolução subsequente [11]-[14]. Na construção desses modelos tem-se procurado em particular relacionar alguns parâmetros teóricos com valores recentemente indicados ou que venham a ser indicados no futuro pelas observações. Uma análise detalhada de consequências físicas como ondas gravitacionais ou o espectro de flutuações da radiação cósmica de fundo e correspondente polarização poderá assim determinar se o cenário físico das supercordas é consistente, oferecendo modelos cosmológicos válidos, consistentes com as observações ... ou não. O contexto e o problema acima descritos constituem a motivação que orienta a análise das implicações cosmológicas decorrentes das Teorias de Supercordas e suas extensões.

Nesta lição apresentaremos duas classes de modelos cosmológicos, as quais se integram no problema de investigação atrás exposto. Nesses modelos incluimos alguns elementos *específicos* e característicos das Teorias de Supercordas e de Supergravidade (ou Teoria-M), descrevendo como determinam diferentes cenários dinâmicos para o Universo primitivo e evolução subsequente.

Iremos descrever modelos que são extraídos unicamente de sectores bosónicos em Teorias de Supercordas [11, 12, 13], os quais já possuem diferenças relevantes em comparação com a Teoria da Relatividade Geral da interacção gravitacional. Quando o campo dilatónico é dominante, o Universo tem uma dinâmica característica de modelos de *Pré-Big-Bang* [12]. Neste limite particular, iremos referir como correcções quânticas em modelos de Friedman-Lemâitre-Robertson-Walker (FLRW) presentes na formulação de deBroglie-Bohm podem determinar alterações à dinâmica cosmológica [15]. Em particular, implicando modificações em períodos de expansão acelerada[1]. No entanto, a influência de diferentes sectores de campos padrão ("gauge") em Teorias de Supercordas pode afectar também a evolução cosmológica . Descreveremos como diferentes tipos de campos padrão condicionam a ocorrência e as propriedades de cenários inflacionários [16, 17]. Outras alterações dinâmicas podem ser introduzidas através de termos caracteristicos de teorias de Born-Infeld com simetrias não-Abelianas. Indicaremos igualmente como tal pode ocorrer [18]-[21], referindo como a probabilidade de criação do Universo é alterada. A influência de dimensões espaciais adicionais a este nível cosmológico é também descrita [22], tanto em teorias de Born-Infeld [21] como com a inclusão de correcções aos termos de curvatura. Em particular, mencionamos como a estabilidade de dimensões adicionais se relaciona com a geometria espacio-temporal a $D = 4$ dimensões, nomeadamente com uma dinâmica assimptótica para estados de DeSitter e anti-DeSitter [23, 24, 25].

O prefixo "super" presente em termos como supercordas ou supergravidade é devido à presença de sectores bosónicos *e* fermiónicos, num contexto supersimétrico [7, 8]. É pois assim necessário também analisar modelos cosmológicos em Teoria-M não restritos aos sectores bosónicos. Indicaremos como modelos com supersimetria $N = 2$ são construidos a partir de sectores bosónicos em Teorias de Supercordas se fôr verificada a presença de transformações de dualidade ao nível da formulação Hamiltoniana [26, 27]. Como exemplo referiremos o caso de modelos cosmológicos espacialmente anisotrópicos com simetria axial. Neste cenário podemos obter estados quânticos com relevância para problemas que afectam as cosmologias de Pré-Big-Bang estritamente bosónicas [26]. Igualmente iremos descrever como um outro tipo de modelos é extraido de teorias de supergravidade $N = 1$ [7, 8], adquirindo supersimetria $N = 4$ [28]. Referiremos vários modelos de FLRW e Bianchi, com diferentes conteúdos de matéria e de um ponto de vista de cosmologia quântica [28]-[43]. Para um caso específico é indicado como poderá ser efectuada uma correspondência com elementos de observação cosmológica [42, 43].

[1]A presença de uma fase de expansão acelerada no universo primitivo é designada de cenário *inflacionário*.

III. O Universo Primitivo e o Sector Bosónico da Teoria de Supercordas

Os cenários cosmológicos em Teoria de Supercordas que têm recebido mais atenção são obtidos de sectores bosónicos a baixas energias da acção efectiva a $D = 1+3$ dimensões ($d = 3$ dimensões espaciais) como por exemplo [11, 12]

$$S \simeq \int d^4x\sqrt{-g}e^{-\Phi_4}\left(R_4 + \partial_\mu\Phi_4\partial^\mu\Phi_4 - \frac{1}{12}H_{\mu\nu\alpha}H^{\mu\nu\alpha} + V\right), \tag{1}$$

onde Φ_4 é o campo dilatónico, $H_{\mu\nu\alpha}$ é o campo tensorial obtido do tensor anti-simétrico $B_{\mu\nu} = -B_{\nu\mu}$ (do qual se pode extrair o campo axiónico). O termo V corresponde a um potencial para o dilatão. O cenário mais simples assume que $H_{\mu\nu\alpha} = 0 = V$ mas outros modelos mais ricos podem ser construídos tomando a contribuição efectiva de campos de padrão ou dimensões espaciais [num processo de compactificação $D = 10 \to D = 4$, (i.e., $d = 9 \to d = 3$ dimensões espaciais)]. Num cenário geométrico espacialmente homogéneo com d isometrias Abelianas, onde $g_{00} = 1$, $g_{0i} = 0 = B_{0i}$ e os campos são independentes das coordenadas espaciais x^i ($i = 1, ..., d$), a acção (1) pode ser escrita (após integração nas hipersuperficies espaciais) como

$$S \simeq \int dt\ e^{-\phi}\left[\dot{\phi}^2 + \frac{1}{8}Tr\dot{M}\left(M^{-1}\right) + V\right], \tag{2}$$

onde " $\cdot$ " significa $\frac{d}{dt}$, $\phi = \Phi_4 - \ln|\det g_{\mu\nu}|^{1/2}$ e M é a matriz $2d \times 2d$

$$M = \begin{pmatrix} G^{-1} & -G^{-1}B \\ BG^{-1} & G - BG^{-1}B \end{pmatrix},$$

com G e B sendo as representações matriciais da parte espacial da métrica (g_{ij}) e do tensor anti-simétrico (B_{ij}). Para potenciais específicos, a acção é invariante sob acção do grupo de transformação: $\phi \to \phi$ e $M \to \Omega^T M\Omega$ onde $\Omega^T\eta\Omega = \eta$, $\eta = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$, $M\eta M = \eta$. Este grupo de transformações relaciona-se com a dualidade-T presente em Teoria de Supercordas [2, 5] e reduz-se à conhecida simetria de dualidade para o factor de escala [11, 12] para métricas diagonais e $B = 0$.

O procedimento geral em cosmologia de supercordas tem sido pois considerar apenas sectores bosónicos de tais teorias, assumindo que os campos fermiónicos não têm dinâmica e estão fixos, não tendo influência directa nesta fase de evolução do Universo primitivo [11]. À inclusão de campos dilatónicos e de padrão assim como do axião e outros campos associados às dimensões espaciais adicionais, corresponderão modificações importantes, se compararmos cenários cosmológicos na relatividade geral e os provenientes de teoria de supercordas. De facto, a presença destes campos implica que novas classes de soluções cosmológicas se podem obter. Um aspecto que é particularmente importante é o facto que em certos casos, classes de soluções se relacionarem através dessas transformações de dualidade [12]. Estes modelos cosmológicos são assim estudados analiticamente ou usando métodos qualitativos em equações diferenciais, procurando-se estabelecer uma correspondência com parâmetros observacionais [11, 12].

III.1 Cosmologia Quântica, Modelos de Pré-Big-Bang e Sectores da Teoria-M

As cosmologias de Pré-Big-Bang constituem um exemplo de modelos cosmológicos em teorias de supercordas. São obtidas a partir de uma acção efectiva como em (1) ou (2) em que a presença do campo dilatónico determina a evolução dinâmica do modelo cosmológico [11, 12], onde por exemplo $H_{\mu\nu\alpha} = 0$ e/ou $V = 0$. As cosmologias de Pré-Big-Bang possuem propriedades físicas muito atraentes mas são afectadas pelo problema do *graceful exit*[2]: diferentes ramos ou familias de soluções estão separadas por singularidades no acoplamento das supercordas e também de curvatura do espaço-tempo. Tal dificuldade tem impedido juntar de forma continua uma fase inflacionária com outra onde está presente uma evolução padrão de FLRW [12]. Este problema tem sido amplamente discutido [12, 44] mas não se encontrou ainda uma solução suficientemente genérica e satisfatória do ponto de vista físico. Dada a existência de regiões em que a curvatura e o acoplamento possuem singularidades, tem sido também importante considerar este problema de uma perspectiva de cosmologia quântica [12, 44]. Neste contexto particular (e embora possa ser considerado algo especulativo em Teoria de Supercordas), a formulação quântica de deBroglie-Bohm têm providenciado informação relevante [15]. Se tomarmos, por exemplo, o potencial V como uma constante cosmológica no sector gravitacional ($V(\phi) = \Lambda$), os estados quânticos para um universo de FLRW espacialmente plano são constituidos

[2] Uma possivel tradução para lingua Portuguesa é o problema da "*transição suave*".

por funções de Bessel $J_{\pm ik}$. A estes estados associam-se os ramos de Pré- e Post-Big-Bang, respectivamente aproximando-se e afastando-se da região singular, ao que corresponde um coeficiente de transição da ordem de $e^{-2\pi k}$. Podemos no entanto formar soluções mais gerais constituídas por pacotes de ondas

$$\Psi \sim \int_{-\infty}^{\infty} dk A(k) e^{-ik\alpha} J_{\pm ik}(\phi) \,,$$

onde $a = e^{\alpha}$ é o factor de escala. Decompondo a função Ψ na forma $R\, e^{iS}$, obtemos assim uma equação de Hamilton-Jacobi modificada onde está também presente um potencial de natureza *quântica:* $Q \sim \frac{\nabla^2 R}{R}$. A presença do potencial quântico afectará a dinâmica cosmológica. Vários modos de sobreposição e construção de pacotes de ondas são possiveis através da escolha da função $A(k)$ [15]. Referimos alguns exemplos, mostrando que o potencial quântico determina um periodo inflacionário que se processará de forma mais lenta relativamente a $Q = 0$. Tal aparenta indicar que contribuições quânticas não reforçam o processo inflacionário [12],[15].

A mudança de perspectiva introduzida pelo contexto da Teoria-M (onde se encontram as cinco Teorias de Supercordas com $D = 10$ junto com a Teoria de Supergravidade $N = 1$, $D = 11$) levou a considerar sectores bosónicos mais complexos. Cenários cosmológicos mais ricos, para além dos modelos de Pré-Big-Bang, podem assim ser obtidos em Teoria de Supercordas. Uma dessas situações é descrita através da teoria de supercordas IIA (em cujo limite de acoplamento forte surgiram os primeiros indicios da Teoria-M). O sector bosónico da acção efectiva a baixas energias obtido para 4 dimensões pode ser escrita na forma

$$S_{IIA} \simeq \int d^4x\sqrt{-g}\left[e^{-\Phi_4}\left(R_4 + (\nabla\Phi_4)^2 - 6(\nabla\beta)^2 - \frac{1}{2}e^{2\Phi_4}(\nabla\sigma)^2\right) - \frac{1}{2}Q^2 e^{-6\beta}\right], \tag{3}$$

onde σ é o campo axiónico dualizado com $H^{\mu\nu\lambda}$ através de $H^{\mu\nu\lambda} = e^{\Phi_4}\epsilon^{\mu\nu\lambda k}\nabla_k\sigma$, $\Phi_4 = \Phi_{10} - 6\beta$ é o campo dilatónico em 4 dimensões e Q é uma constante obtida de $F^{\mu\nu\lambda k} = Qe^{-6\beta}\epsilon^{\mu\nu\lambda k}$. A acção (3) é obtida do sector bosónico de supergravidade $N = 1$, $D = 11$ através de uma sequência de compactificação, num círculo S^1 com raio $R_{S^1} = \exp(\Phi_{10}/3)$ e um 6-torus T^6 isotrópico com volume $V_{T^6} = \exp 6\beta$:

$$N = 1,\ D = 11 S^1 \rightarrow IIA,\ D = 10 T^6 \rightarrow D = 4.$$

Para o caso de uma cosmologia de FLRW espacialmente plana com métrica

$$ds^2_{(4)} = -N^2(t)dt^2 + e^{2\alpha}d\Omega^2_{3(k=0)}$$

a acção (3) reduz-se ainda a

$$S \simeq \int dt \left[\frac{1}{\mu}\left(3\dot{\alpha}^2 - \dot{\phi}^2 + 6\dot{\beta}^2\right) + \left[\frac{1}{\mu}\dot{\sigma}^2 e^{2(3\alpha+\phi)}\right]_{NS-NS} - \left[\mu\frac{Q^2}{2}e^{3\alpha-\phi-6\beta}\right]_{R-R}\right], \tag{4}$$

onde $\phi = \Phi_4 - 3\alpha$, $\mu = Ne^{\phi}$ com $NS - NS$ e $R - R$ indicando respectivamente os sectores de Neveu-Schwarz e Ramond [5, 6]. Empregando um formalismo Hamiltoniano, a dinâmica cosmológica (tanto num regime de acoplamento fraco como forte) pode ser expressa num conjunto de variáveis canónicas que correspondem a observáveis do sistema [17]. Estabelecem-se regiões onde o universo de FLRW pode transitar entre esses dois regimes e mostramos como um período de expansão inflacionária pode ser encontrado. Desta forma também se indica como as influências dos vários tipos de campos poderão produzir evoluções para o universo primitivo radicalmente diferentes. A quantização destes modelos pode ser estabelecida através do espaço de Hilbert das soluções cosmológicas [17], que para o caso do sector NS são da forma

$$\Psi \simeq e^{\pm ik_b b}e^{\pm ik_c c}e^{\pm ik_\sigma \sigma}K_{i\nu}(k_\sigma a),$$

onde $a = \phi + 3\alpha$, $b = \sqrt{3}\,(\phi + \alpha)$, $c = 2\sqrt{3}\beta$ são variáveis que diagonalizam o Hamiltoniano, $K_{i\nu}$ são funções de Bessel e k_b, k_c, k_σ são constantes.

III.2 Teorias de Born-Infeld com Campos de Padrão não-Abelianos

No contexto mais abrangente da Teoria-M (onde as Teorias de Supercordas estão incluidas) encontra-se a formulação de Born-Infeld. A presença desta é devida ao facto que a acção efectiva para (super)cordas abertas terminando em objectos geométricos com mais dimensões [designados de D-(mem)branas)[3]] pode ser escrita na forma de Born-Infeld [2, 5]. Acções efectivas deste tipo têm sido recentemente estudadas [5, 18], [19, 20, 21] para investigar as implicações físicas de cordas e membranas de um ponto de vista gravitacional. De facto, podem ocorrer situações onde as intensidades das

[3]A letra "D" vem da presença de condições fronteira do tipo de *Dirichlet*. As "D-branas" constituem outro tipo possível de configurações admissíveis em Teoria de Supercordas.

flutuações quânticas levam a que o acoplamento das cordas aumente e os graus de liberdade dominantes corresponderão a esse tipo de membranas. Se tanto efeitos de supercordas e membranas podem estar presentes, podemos esperar que *ambas* determinem modificações no comportamento do Universo primitivo. Em particular, a teoria a baixas energias efectiva das D-branas admite uma formulação não-Abeliana, o que levará assim a modificações na acção usual da dinâmica de sistemas de Einstein-Yang-Mills.

A acção obtida para a gravitação e os termos de Born-Infeld num espaço-tempo quadri-dimensional, ignorando a contribuição de outros campos, tem a forma

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{R - 2\Lambda}{16\pi G} - \frac{\beta^2 \left(\Re - 1 \right)}{4\pi} \right), \tag{5}$$

onde Λ é uma constante cosmológica positiva,

$$\Re \equiv \left[1 - \frac{1}{2\beta^2} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} + \frac{1}{16\beta^4} \left(\tilde{F}^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} \right)^2 \right]^{1/2},$$

β representa um parâmetro de acoplamento e $\tilde{F}^a_{\mu\nu}$ é o dual de $F^a_{\mu\nu}$. Para uma geometria de FLRW espacialmente fechada tomam-se campos padrão não-Abelianos na forma

$$\mathbf{A}_\mu(t)\omega^\mu = \frac{1}{4}(1 + f_0(t))\varepsilon_{acb} T^{(3)}_{ab} \omega^c, \tag{6}$$

onde $T^{(3)}_{ab}$ são os geradores do grupo de Lie $SO(3)$ e ω^c formam uma base vectorial em S^3. Os campos padrão (6) são designados de $SO(4)-$simétricos pois são consistentes com as isometrias espaciais do modelo cosmológico [45, 46, 47]. Da acção (5) obtem-se o Lagrangeano efectivo

$$L = \frac{1}{4\pi G\beta} \left(-\frac{3}{2} \frac{\dot{a}^2 a}{N} + \frac{3}{8} aN - Na^3 \frac{\Lambda}{2} \right) - \frac{Na^3}{4\pi} \left(\sqrt{1 - \frac{3\dot{f}_0}{2a^2 N^2}} - 1 \right). \tag{7}$$

Dois regimes assimptóticos estão presentes: o regime de Yang-Mills, em que o sistema se comporta como constituído com um fluido perfeito de radiação e também o de domínio primitivo de cordas/(mem)branas que corresponde a um fluido de cordas. Diferentes classes de soluções quânticas assimptóticas estão presentes, identificando entre elas os estados de Hartle-Hawking e de Vilenkin [19, 20]. A probabilidade de criação de tais universos é dada por $e^{\mp S_E} \sim e^{\pm \frac{2\Lambda}{16\pi G} V_4}$ onde S_E é a acção Euclidiana e V_4 o volume da esfera S^4

correspondente. É então possível determinar que essa probabilidade pode ser reforçada por correcções provenientes da formulação de Born-Infeld [19, 20].

III.3 A Presença de Dimensões Espaciais Adicionais

A questão da multidimensionalidade do Universo, intrinseca à formulação da teoria de Supercordas e Teoria-M, deve igualmente ser explorada. Numa primeira análise tal parece criar cenários estruturalmente mais complicados onde procurar algum contacto com a cosmologia observacional. No entanto, também oferece a chance de relacionar propriedades intrinsecas em teorias de supercordas com a realidade física: um dado observacional que tem cativado o interesse da comunidade cientifica tem sido a evidência crescente de que o universo em expansão está presentemente numa fase de aceleração [9, 10].

A análise e compreensão desta propriedade cosmológica tem sido enriquecida com modelos cosmológicos multidimensionais. Neste contexto surge então a seguinte questão: se ocorrerem condições prévias que levaram à presente expansão acelerada, poderá ter sido determinada por efeitos de supercordas *e* membranas? Acções efectivas do tipo de Born-Infeld para modelos cosmológicos multidimensionais com topologia $\Re \times S^3 \times S^{d'}$ foram considerados [21], nomeadamente com campos padrão $SO(4) \times SO(d'+1)-$simétricos e para o grupo $SO(N)$. A acção efectiva para a referida topologia toma a forma

$$S \simeq \int dt N a^3 \left[-\frac{3}{8\pi G} \frac{1}{a^2} \frac{\dot{a}^2}{N^2} + \frac{3}{32\pi G} \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2} \frac{\dot{\phi}^2}{N^2} - \Omega\left(a, \phi\right) \right], \tag{8}$$

constituindo uma extensão da acção (7). A acção (8) é obtida de uma acção do tipo (5) escrita a $D = 1 + 3 + d'$ dimensões e empregando uma redução dimensional consistente junto com uma generalização adequada de (6). O termo $\Omega\left(a, \phi\right)$ é um potencial que inclui vários termos, nomeadamente funções exponenciais de ϕ (o campo dilatónico), constituindo tal uma caracteristica comum em Teorias de Supercordas ou Supergravidade [21]. Os campos de padrão são tomados num estado de vácuo estabilizado. É então possível identificar duas situações onde os efeitos das supercordas/membranas são dominantes $\left(e^{-4\gamma\phi} \frac{4}{c_1} \frac{d'(d'-1)}{c_2} v_2 \gg 1\right)$ ou induzem apenas perturbações no sector dos campos padrão $\left(e^{-4\gamma\phi} \frac{4}{c_1} \frac{d'(d'-1)}{c_2} v_2 \ll 1\right)$, onde $\gamma(d')$, c_1, c_2 são constantes e v_2 é um termo no potencial Ω associado com as componentes do campo de padrão em $S^{d'}$. O aspecto relevante a mencionar é que as cosmologias de Born-Infeld podem ser compatíveis com o estado de aceleração observada para o universo (embora com recurso a um ajuste de parâmetros -"fine tuning"). Em particular, este período de aceleração poderá ser transiente [21].

A Teoria-M admite também a hipótese de que o Universo tenha a configuração de uma "membrana" imersa num espaço com mais dimensões espaciais [13]. O modelo padrão de partículas elementares estará localizado nessa membrana e apenas o campo gravitacional pode propagar-se para as dimensões espaciais adicionais. Neste quadro, tem igualmente importância investigar a estabilização das dimensões espaciais adicionais e como tal pode ser compatível (ou não) com o contexto observacional recente. Resultados interessantes foram estabelecidos em Teoria de Supercordas onde se incluiram termos de curvatura não lineares para a acção de modelos cosmológicos [22]-[25]. Neste cenário, acções em espaços-tempo a D dimensões, onde estão presentes termos relativos à interacção gravitacional e campos padrão, têm a forma

$$S \simeq \int_M d^D x \sqrt{-g}\; f\left(\bar{R}\right) - \frac{1}{2}\int_M d^D x \sqrt{-g} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\gamma_i!}\left(F^{(i)}\right)^2 . \tag{9}$$

Tomam-se termos de curvatura não lineares $f\left(\bar{R}\right) = \bar{R} + \alpha \bar{R}^2 - 2\Lambda_D$, donde se pode escrever, após uma transformação conformal $g_{ab} = \Omega^2 \bar{g}_{ab}$, com $\Omega = \left[f'(\bar{R})\right]^{1((D-2)}$ e "$'$ " $= d/d\bar{R}$, que

$$S \simeq \int_M d^D x \sqrt{-g}\left[R(g) - g^{ab}\partial_a\varphi\partial_b\varphi - 2U(\varphi) - \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\gamma_i!} e^{\frac{2\gamma_i - D}{\sqrt{(D-1)(D-2)}}\varphi}\left(F^{(i)}_{m_i n_i \ldots q_i}\right)^2\right], \tag{10}$$

onde

$$U(\varphi) = \frac{1}{2} e^{-B\varphi}\left(\frac{1}{4\alpha}\left(e^{A\varphi} - 1\right)^2 + 2\Lambda_D\right). \tag{11}$$

Temos que A e B são constantes que dependem de D, Λ_D é a constante cosmológica no espaço-tempo a D dimensões, φ é um campo escalar correspondendo à não-linearidade na curvatura e $F^{(i)}_{m_i n_i \ldots q_i}$ $(i = 1, \ldots, n)$ é um tensor anti-simétrico com componentes não nulas apenas nas dimensões espaciais adicionais correspondentes em $M_{(i)}$, tomando um espaço-tempo com topologia $M = M^{(4)} \times M_1 \times \ldots \times M_{(i)} \times \ldots \times M_n$. Adoptamos a proposta de

Freund-Rubin [22],

$$F^{(i)}_{m_i n_i \ldots q_i} = \sqrt{2}\sqrt{g^{(i)}}\epsilon_{m_i n_i \ldots q_i} f^{(i)}(x) \tag{12}$$

verificando-se que $f^{(i)}(x) = f_i / a_i^{\gamma_i}$, em que f_i são constantes e a_i corresponde ao factor de escala em $M_{(i)}$. Através de um processo de redução dimensional o sistema físico é então formulado a 4 dimensões, onde o potencial efectivo é dado por (para $i = 1 = n$)

$$U_{efec} = e^{b\phi}\left[-\frac{1}{2}\mathsf{R}e^{a\phi} + U(\varphi) + he^{c\varphi}e^{a\gamma_1\phi}\right], \tag{13}$$

em que ϕ é um campo escalar, a, b, c são constantes determinadas pelo valor de D, h é proporcional a $\left(f_{(i)}\right)^2$, R sendo a curvatura do espaço correspondente às dimensões espaciais adicionais. Verifica-se então que no caso em que os campos anti-simétricos estão ausentes a estabilização de dimensões espaciais adicionais toma lugar apenas se as dimensões espaciais adicionais tiverem uma geometria hiperbólica e a constante cosmologica efectiva a $D = 4$ dimensões é negativa assimptóticamente [23, 24]. No entanto, a presença dessa constante cosmológica efectiva é inconsistente com os dados cosmológicos recentes que apontam para uma aceleração. Contudo, se incluirmos configurações adequadas para campos padrão, a estabilização de dimensões adicionais é possível e permitindo uma constante cosmológica efectiva positiva. Desta forma estabelece-se uma correspondência entre dados observacionais cosmológicos e o valor de parâmetros da teoria [25], podendo igualmente discutir-se estes junto com estados assimptóticos semiclássicos de outros modelos [50, 51].

IV. O Universo Primitivo e a Presença de Supersimetria

Conforme indicado na Introdução, as Teorias de Supercordas e de Supergravidade (ou a Teoria-M) possuem uma propriedade intrínseca bastante importante: a *super*simetria. A existência de supersimetria, junto com a presença de parceiros fermiónicos numa descrição de supercordas, atribui vários benefícios. Por um lado permite remover definitivamente a presença de taquiões (particulas cujo quadrada da massa é negativo) do espectro de estados das supercordas. E por outro lado, permite extrapolar argumentos sobre estabilidade para além do domínio perturbativo [1, 2, 5, 6]. Finalmente, recorde-se que tais Teorias de Cordas com supersimetria e a Teoria de Supergravidade $N = 1$ se relacionam através de transformações de dualidade, constituindo regiões limitadas presentes no domínio de validade da Teoria-*M,* bem mais abrangente mas também ainda desconhecida nas suas características intrinsecas [2, 3, 5].

Num tal cenário supersimétrico, investigar a cosmologia do Universo primitivo constituirá um tópico muito relevante [28, 48, 27]: oferece a oportunidade de estabelecer resultados que podem vir a ser empregues num quadro fenomenológico e estabelece uma relação próxima com as novas áreas de investigação fundamental como a Gravitação Quântica, Teoria de Supercordas e física de altas energias em geral. Este é pois o contexto físico da Cosmologia Quântica Supersimétrica (QCS).

O programa da QCS tem vindo a ser desenvolvido nos últimos 20 a 30 anos de acordo com as seguintes orientações. Adopta a perspectiva que considerar aspectos quânticos da gravitação **e** efeitos supersimétricos como dominantes conduzirá a uma descrição mais consistente dos períodos primordiais do Universo primitivo [28, 41, 43, 27]. Em particular, estados físicos obtidos neste contexto reflectirão a presença de importantes propriedades, as quais se poderão revelar importantes em face de dificuldades presentes em modelos sem supersimetria. Em QCS teremos também um maior número de variáveis (bosónicas e fermiónicas) assim como de simetrias adicionais. Deve ser igualmente referido que a QCS é baseada no conceito que formulações de supergravidade constituem "raizes quadradas" da Teoria da Relatividade Geral da gravitação [28, 48]. Em termos mais precisos e numa formulação canónica, estados físicos são determinados com recurso a equações diferenciais impostas por constragimentos de supersimetria e transformações de Lorentz, não sendo necessário o recurso ao constragimento Hamiltoniano.

IV.1 Cosmologia Quântica, Supersimetria do tipo *N=2* e Transformações de Dualidade

A construção de modelos em cosmologia quântica com supersimetria do tipo *N=2* é particularmente importante em QCS, tendo recebido uma atenção renovada recentemente. Neste cenário encontra-se incluida a análise de modelos de FLRW [49] assim como de Bianchi com simetria axial (casos de Bianchi I, III) [26] e o modelo de Kantowski-Sachs [26].

Considera-se um sistema gravitacional cuja acção é baseada numa Teoria de Supercordas e toma-se únicamente o seu sector bosónico como por exemplo em (1) ou (2). Essa acção possui, após redução dimensional para uma descrição em termos de variáveis apenas dependentes do tempo, algumas simetrias expressas como a transformação de dualidade entre as referidas variáveis (por exemplo, envolvendo o factor de escala e campo escalar dilatónico) [12]. Como foi referido anteriormente, esta propriedade é herdada a partir de propriedades da acção de supercordas original. No caso dos modelos espacialmente anisotrópicos com simetria axial Bianchi I, III e Kantowki-Sachs, a acção (2) toma a forma (com $B_{\mu\nu} = 0$ e $V = \Lambda$)

$$S = \int dt \left[\frac{1}{N} e^{-\kappa\sigma} \dot{u}^2 - \frac{1}{N} e^{-\kappa\sigma} \dot{v}^2 - \frac{1}{N} e^{-\kappa\sigma} \dot{\sigma}^2 + 2Nke^{(C-\kappa)\sigma - Gu} - 2N\Lambda e^{-\kappa\sigma} \right], \tag{14}$$

onde N é a função de lapso, u, v, σ são diferentes combinações lineares de α, β, ϕ, tal que α representa o factor de escala determinando o volume espacial efectivo, β corresponde à anisotropia e ϕ é o dilatão, com κ, C, G sendo constantes e $k = 0, \mp 1$ associado aos modelos de Bianchi-I, III e Kanstowski-Sachs, respectivamente. Notamos também que esta acção é invariante para o grupo de simetria de dualidade Z_2 em que $\bar{u} = u$, $\bar{v} = -v$, $\bar{\sigma} = \sigma$.

Numa formulação quântica e considerando soluções para estados do Universo da forma $\Psi \sim e^{\pm I}$, a função I satisfaz a equação de Hamilton-Jacobi Euclideana

$$G^{ab} \frac{\partial I}{\partial q^a} \frac{\partial I}{\partial q^b} = W(q^a), \tag{15}$$

onde q^a representa as variáveis u, v, σ do minisuperespaço e W é um termo de potencial. No quadro de um tratamento Hamiltoniano, se existir uma solução I da equação de Hamilton-Jacobi Euclideana que também possui invariância sob acção dessas transformações de dualidade, então um teorema formulado por E. Witten (consultar ref. [27]) garante que é possível construir uma teoria com supersimetria $N = 2$ a partir do modelo cosmológico inicial. Em particular, o Hamiltoniano é agora expresso em função dos constragimentos de supersimetria, os quais têm a forma

$$Q = \psi^a \left(\pi_a + i \frac{\partial I}{\partial q^a} \right) \tag{16}$$

$$\bar{Q} = \bar{\psi}^a \left(\pi_a - i \frac{\partial I}{\partial q^a} \right), \tag{17}$$

onde π_a representa os momentos bosónicos conjugados e $\psi^a, \bar{\psi}^a$ são variáveis fermiónicas em que "$-$" indica o conjugado Hermítico. Os estados quânticos são obtidos como soluções das equações $Q\Psi = \bar{Q}\Psi = 0$ e para os modelos referidos têm a forma

$$\Psi = A(u, v, \sigma) + B_a(u, v, \sigma)\bar{\psi}^a + \frac{1}{2}\varepsilon_{abc}C^c(u, v, \sigma)\bar{\psi}^a\bar{\psi}^c + D(u, v, \sigma)\bar{\psi}^0\bar{\psi}^1\bar{\psi}^2. \tag{18}$$

Em particular, alguns desses estados supersimétricos são importantes no contexto de modelos de Pré-Big-Bang: correspondem a soluções do tipo de "wormhole", possibilitando evitar as singularidades que têm afectado esses modelos [26].

IV.2 Cosmologia Quântica, Supersimetria do tipo *N=4* e Supergravidade

Modelos em cosmologia quântica com supersimetria do tipo *N=4* têm sido obtidos de uma forma aparentemente mais fundamental: tomando directamente a Teoria de Supergravidade $N = 1$ [7, 8]. Em $D = 4$ dimensões a acção tem a forma

$$S = \int d^4x \left[\frac{1}{2}(\det e^a_\mu)\ R(e^a_\mu, \psi^A_\mu) + \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\left(\bar{\psi}^{A'}_\mu e_{AA'\nu} D_\rho \psi^A_\sigma + H.c.\right)\right] + S_m, \tag{19}$$

com R sendo o escalar de curvatura onde temos torsão devido à presença de gravitinos ψ^A_σ (forma spinorial). A métrica do espaço-tempo é representada com tetradas $e_{AA'\nu}$ tal que $e_{AA'i}\ e^{AA'}{}_j = -h_{ij}$. O termo S_m corresponde a campos de matéria como por exemplo campos escalares complexos $\phi, \bar{\phi}$ ou campos de padrão $A^{(a)}_\mu$ e seus parceiros fermiónicos $\chi^A, \bar{\chi}^{A'},\ \lambda^{(a)}_A, \lambda^{(a)}_{A'}$. Empregando escolhas consistentes para a geometria e os campos materiais (e.g., $\bar{\psi}^{A'}_i = e^{AA'}{}_i\psi_A$ em modelos de FLRW $k = 1$) é possivel obter após redução dimensional um minisuperespaço com supersimetria $N = 4$ [28, 48]. No contexto de QCS do tipo *N=4* têm sido investigados e estabelecidos os estados quânticos de alguns modelos de FLRW e de Bianchi. Estes têm sido determinados para diferentes conteúdos de campos materiais e possuem usualmente a forma

$$\begin{aligned}\Psi \;=\; & A(a, \phi, \bar{\phi}, ...) + B(a, \phi, \bar{\phi}, ...)\psi^C\psi_C + C(a, \phi, \bar{\phi}, ...)\psi^C\chi_C + \\ & D(a, \phi, \bar{\phi}, ...)\chi^C\chi_C + E(a, \phi, \bar{\phi}, ...)\psi^C\psi_C\ \chi^D\chi_D + \cdots\end{aligned} \tag{20}$$

tal que a é o factor de escala [28, 48], tendo a sua interpretação física sido igualmente discutida [40]. Verificou-se que na presença de campos escalares e de padrão, junto com os respectivos parceiros supersimétricos, modelos de FLRW não possuem soluções cosmológicas [33]. No entanto, se apenas um tipo de campo bosónico (e.g., escalar) e parceiros supersimétricos estiverem presentes já existem soluções na forma [30, 35, 38]

$$A \sim f(\bar{\phi})e^{-3a^2}, \ E \sim g(\phi)e^{3a^2}, \ C = 0, \tag{21}$$

$$B \sim a^3 h(\bar{\phi})(1+\phi\bar{\phi})^{1/2}e^{-3a^2}, \ D \sim a^3 k(\phi)(1+\phi\bar{\phi})^{1/2}e^{3a^2}. \tag{22}$$

Recentemente investigou-se o caso da presença de um termo de potencial para o campo escalar [41]. A presença de anisotropia espacial modifica a análise e o espectro de estados físicos admissíveis, obtendo-se soluções onde por exemplo se substitui $a^2 \to a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$ e $a^3 \to a_1 a_2 a_3$ em (21), (22) [29, 31, 34, 36, 39]. No contexto da classe de modelos cosmológicos com supersimetria $N = 4$ é possivel estabelecer uma relação entre este formalismo e alguns aspectos presentes em cosmologia observacional [42, 43]. Tal requere o uso de expansões em termos de funções harmónicas esféricas e spinoriais hiper-esféricas em S^3.

V. Conclusões e Investigação Subsequente

A construção e a análise de modelos cosmológicos (em particular de um ponto de vista quântico) formam um tópico importante de investigação em Teorias de Supercordas e suas extensões. Neste quadro, a extracção de consequências físicas ao nível cosmológico é um problema científico que tem vindo a receber uma atenção crescente, traduzida em vários tipos de publicações [11]-[14], [27, 28, 48]. Estados físicos relevantes têm sido identificados, assim como regiões onde os parâmetros correspondentes são consistentes com o comportamento dinâmico que a observação cosmológica indica. Em particular, associada a períodos de inflação no universo primitivo ou estados correntes de aceleração cosmoloógica. Neste contexto, apresentámos nesta lição cosmologias estritamente bosónicas, com enfâse nos cenários de (*i*) Pré-Big-Bang [15], (*ii*) Born-Infeld [19, 20, 21] e (*iii*) Teoria-M [40]. O objectivo foi identificar como vários elementos caracteristicos das Teorias de Supercordas implicam diferentes evoluções cosmológicas. Discutiu-se igualmente a influência de dimensões espaciais adicionais [21], [23, 24, 25]. Outro tipo de modelos cosmológicos, possuindo uma estrutura supersimétrica, foi igualmente justificado e abordado [26]-[43]. No entanto, estes modelos cosmológicos e os resultados neles obtidos são ainda de um alcance restrito (requerendo-se por vezes um ajuste arbitrário dos parâmetros). O problema científico exposto na introdução é ainda um domínio aberto, aguardando e necessitando de mais investigação e trabalho [11, 12].

A aplicação dos métodos existentes em cosmologia quântica de Teoria de Supercordas prossegue, assim como a implementação de novas propostas de trabalho [11, 12, 13], [27, 28]. À linha de investigação aqui descrita pretendemos dar continuidade e nesse sentido gostariamos de refirir os seguintes temas:

- Efeitos Quânticos de deBroglie-Bohm em Modelos de Pré-Big-Bang com Potenciais Dilatónicos [52],
- Cosmologia Quântica de Modelos-(mem)brana do Universo e Fluidos de Chaplygin [53],
- Cosmologia Quântica na presença de D-(mem)branas e campos axiónicos [54, 55],
- Diagramas de Feynman a partir da Descrição Canónica de Supergravidade *N=1, D=4* [56],

que são já (ou serão em breve) objecto de estudo. Desta forma se pretende continuar a investigar um problema que cremos ter tanto de fascinante como de pertinente, nomeadamente as implicações cosmológicas das Teorias de Supercordas e de Supergravidade (ou Teoria-M).

Bibliografia

References

[1] M. Green, J. Schwarz and E. Witten, *Superstring Theory, Vol.1 and 2* (Cambridge University Press, 1988)

[2] M. Kaku, *Introduction to Superstring and M-Theory* (Springer-Verlag, 1999)

[3] J. Polchinski, *String Theory, Vol.1 and 2* (Cambridge University Press, 2000)

[4] M. Perry, *Quantum Gravity* in: IOP SUSSP **46** (1995) 337 Ed. J. Pulham

[5] C. Johnson, *D-Branes* (Cambridge University Press, 2002)

[6] M. Kaku, *Strings, Conformal Fields and M-theory* (Springer-Verlag, 1999)

[7] P. van Nieuwenuizen, *Phys. Rep.* **189** (1981) 68

[8] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity* (Princeton University Press, 1995)

[9] M. Turner, *Int. J. Mod. Phys.* **A17** (2002) 3446

[10] W. McKinney, *astro-ph/0301448*

[11] J. Lidsey, E. Copelland and D. Wands *Phys. Rep.* **337** (2000) 343

[12] G. Veneziano and M. Gasperini, *Phys. Rep.* **373** (2003) 1

[13] D. Eamon, *Int. J. Mod. Phys.* **A16** (2001) 4823

[14] Y. Fujii and K.-I. Maeda, *The Scalar-Tensor Theory of Gravitation* (Cambridge University Press, 2003)

[15] de Broglie-Bohm FRW Universes in Quantum String Cosmology, *Physical Review* **D65** (2002) 023516 (autores: J. Marto e P. Vargas Moniz)

[16] J. Lidsey, A. Billyard, A. Coley and U. Nilsson, *Phys. Rev.* **D61** (2000) 043504

[17] Canonical and Quantum FRW Cosmological solutions in M-Theory, [`hep-th/0010280`] *Classical Quantum Gravity* **18** (2001) 95-120, (autores: P. Moniz e M. Cavaglia)

[18] V. Dyadichev, D. Gal' tsov, A. Zorin and M. Zatzev, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 084007

[19] FRW Quantum Cosmology in the Non-Abelian Born-Infeld Theory, *Classical Quantum Gravity* **16** (2002) L18 (autor: P. Vargas Moniz)

[20] Wormhole Instanton solutions in the non-Abelian Born-Infeld Theory, *Physical Review* **D66** (2002) 064012 (autor: P. Vargas Moniz)

[21] Quintessence and non-Abelian Born-Infeld theory, *Physical Review* **D66** (2002) 103501 (autor: P. Vargas Moniz)

[22] V. Ivanschuk and V. Melnikov, *Class. Quantum Grav.* **18** (2001) R87

[23] Asymptotical AdS space from nonlinear gravitational models with stabilized extra dimensions, *Physical Review* **D66** (2002) 044014 (autores: A. Zhuk, P. Vargas Moniz and U. Guenther)

[24] Asymptotical AdS space and Multidimensional Cosmology, *Astrophysical Journal* **283** (2003) 679 (autores: A. Zhuk, P. Vargas Moniz and U. Guenther)

[25] Non-linear multidimensional cosmological models: stabilization of extra dimensions and the cosmological constant problem, *Physical Review* **D** (2003) to appear (autores: A. Zhuk, P. Vargas Moniz and U. Guenther)

[26] Supersymmetric Quantization of Anisotropic Scalar Tensor Cosmologies [gr-qc/0010073] *Classical Quantum Gravity* **17** (2000) 4823-4840, (autores: J. Lidsey and P. Moniz),

[27] A Tale of Two Symmetries – The Observed Universe from Duality and Supersymmetry, *Nuc. Phys.* **B88** Proc.Suppl. (2000) 57, (author: P.V. Moniz)

[28] Supersymmetric Quantum Cosmology — Shaken, not Stirred, [gr-qc/9604025], *International Journal of Modern Physics*–**A11** No. 24 (1996) 4321 – 4382 (autor: P. Moniz),

[29] Quantization of the Bianchi type - IX model in Supergravity with a Cosmological Constant, [gr-qc/9404008] *Physical Review* **D**49 (1994) 5246, (autores: A. Cheng, P. D'Eath, P. Moniz)

[30] Quantization of a Locally Supersymmetric Friedmann Model in the presence of Supermatter, *International Journal of Modern Physics* **D4** (1995) 189 (autores: A. Cheng and P. Moniz),

[31] Quantization of Bianchi Models in N=1 Supergravity with a Cosmological Constant, [gr-qc/9406047] , *Gravitation and Cosmology*, **1** (1995) 11-21 (autores: A. Cheng, P. D'Eath and P. Moniz)

[32] Canonical Quantization of N=1 Supergravity with Supermatter: The General Case and a FRW Model, [gr-qc/9606048] , *Gravitation and Cosmology*, **1** (1995) 1-11 (autores: A. Cheng, P. D'Eath and P. Moniz)

[33] Quantization of a FRW model in N=1 Supergravity with Gauged Supermatter, (autores: A. Cheng, P.D. D'Eath and P. Moniz) *Classical and Quantum Gravity*, **12** (1995) 1343-1353

[34] Quantization of the Bianchi type-IX model in N=1 Supergravity in the presence of Supermatter, [gr-qc/9505048], *International Journal of Modern Physics–* **A11** (1996) 1763–1795. (autor: P. Moniz),

[35] Is there a problem with quantum wormholes in N=1 supergravity?, Awarded Essay, [gr-qc/9510024], *General Relativity and Gravitation*, **28** (1996) 97. (autor: P.V. Moniz),

[36] Canonical Quantization of Bianchi class A models in N=2 Supergravity, *Modern Physics Letters* – **A11** (1996) 227-245, (autores: A.D.Y. Cheng and P. Moniz)

[37] FRW model with vector fields in N=1 supergravity, *Acta Physica Helvetica* 69 (1996) 293 (autor: P. Moniz),

[38] Wave function of supersymmetic FRW model with vector fields [gr-qc/9606045], *Int. J. Mod. Phys.* **D6** (1997) 465, (autor: P. Moniz),

[39] Why two is more attractive than one ... or: Bianchi class-A models and Reissner-Nordstrom black holes in quantum N=2 Supergravity, *Nuc. Phys.* **B57** Proc. Suppl. (1997) 307, (autor: P.V. Moniz)

[40] Conserved Currents in supersymmetric quantum cosmology?, [gr-qc/9605034], *Int. J. Mod. Phys.* **D6** (1997) 625, (autor: P.V. Moniz),

[41] FRW minisuperspace with local N=4 supersymmetry and self-interacting scalar potential, *Ann. Phys.* **12** (2003) 170 (autor: P. Vargas Moniz)

[42] Origin of Structure in Supersymmetric Quantum Cosmology — Awarded Essay, *Physical Review* **D57** (1998) R7071 (autor: P. Moniz)

[43] Origin of Structure in SQC, *Astrophysics and Space Science* **261** (1999) 295, (autor: P. Moniz),

[44] G. Veneziano and M. Gasperini, *Gen. Rel. Grav.* **28** (1996) 1301

[45] Homogeneous and Isotropic Closed Cosmologies with a Gauge Sector, *Classical and Quantum Gravity*, **8**, (1991) 1815-1831, (autores: J. Mourão and P.V. Moniz)

[46] On the Cosmology of Massive Vector Fields with SO(3) Global Symmetries, *Classical and Quantum Gravity*, **10** (1993) 285-298 (autores: M.C. Bento, O. Bertolami, J. Mourão, P.V. Moniz and P. Sá) , [gr-qc/9302034]

[47] The Dynamics of a Flat Friedmann-Robertson-Walker Inflationary Model in the Presence of Gauge Fields, *Classical and Quantum Gravity* **10** (1993) 517-534 (autores: P.V. Moniz, J. Mourão and P. Sá)

[48] P. D. D' Eath, *Supersymmetric Quantum Cosmology* (Cambridge University Press, 1999)

[49] J. Lidsey, *Phys. Rev.* **D52** (1995) R5407

[50] Decoherence of Friedmann-Robertson-Walker Geometries in the Presence of Massive Vector Fields, [gr-qc/9507025] *Nuclear Physics* **B439** (1995) 259 (autores: O. Bertolami and P.V. Moniz)

[51] Quantum Cosmological Multidimensional Einstein-Yang-Mills Model in a $\mathbf{R} \times S^3 \times S^d$ topology , [gr-qc/9707015], *Physical Review* **D56** (1997) 4530 (autores: O. Bertolami, P.D. Fonseca and P.V. Moniz).

[52] deBroglie-Bohm FRW String Cosmology with a Dilatonic Potential, *work in progress*, (autores: J. Marto e P.V. Moniz).

[53] FRW Quantum Cosmology with a Generalized Chaplygin Gas, *work in progress*, (autores: M.B. Lopez e P.V. Moniz).

[54] FRW Quantum Cosmology from a D-p-brane gas, (autores: A. Kamenshchik e P.V. Moniz).

[55] $N = 2$ Supersymmetric FRW Quantum Cosmology with Axionic Field, *work in progress*, (autores: S. Fernandes e P.V. Moniz).

[56] Wheeler-DeWitt Equation and Feynman Diagrams in $N = 1$ Supergravity, *work in progress*, (autores: C. Kiefer e P.V. Moniz).